

Matematikk

Formål og perspektiv

Matematikken er en del av vår globale kulturarv. Mennesket har brukt og utviklet matematikken for å systematisere erfaringer, for å beskrive og forstå sammenhenger i naturen og samfunnet og for å utforske universet. Matematikken er på den ene siden et uunnværlig redskap for innsikt i verdens lovmessigheter. På den andre siden har matematikk vært en av forutsetningene for teknologisk utvikling og slik bidratt til utformingen av samfunn og kultur. Matematikkens symbolspråk bygger broer mellom tenkningens indre verden og naturens ytre. Ved å la tall og geometriske former representere konkrete erfaringer åpnes en verden av dypere innsikt som ikke er direkte tilgjengelig for erfaringen.

Når fenomener reduseres til tall, kan årsaker kartlegges og endring settes i verk. Vitenskap og teknologi er i stor grad født ut av matematikken. På denne måten er matematikken forbundet med et etisk ansvar fordi den muliggjør påvirkning på godt og vondt. Faget griper inn i vitale samfunnsområder som medisin, økonomi, kommunikasjon, politikk, økologi og energiforvaltning. Et samfunn orientert mot bærekraft er avhengig av at kvantitativ informasjon behandles med innsikt og forsvarlighet. Et mål for matematikkfaget er at elevene utvikler slik innsikt og vurderingsevne. Til det trengs ferdigheter, men også kritisk evne til å stille spørsmål og vurdere løsninger i en større sammenheng enn den rent kvantitative.

Den ene polen i matematikkfaget er tallene, som har sin basis i tellingen som aktivitet og som leder inn i ulike talloperasjoner og deres anvendelse på virkeligheten. Den andre polen er bildet, formen, som manifesterer seg i geometriens verden av linjer, flater og volumer. Å la det vokse fram en matematisk forbindelse mellom tall og geometriske former er en pedagogisk nøkkel. Gjennom alle grunnskoleårene er måloppnåelse i matematikkfaget avhengig av at elevene opplever mestring og motivasjon. En god balanse mellom bygging av ferdigheter og utvikling av forskertrang kan bidra til god læring og engasjement i faget.

I småklassene er det stort rom for lekende, bevegelige og varierte problemløsninger i møte både med konkrete og praktiske oppgaver med hverdagstilknypning. På den annen side oppmuntres elevene til filosoferende undring rundt matematikkens mange gåter. Det legges vekt på at elevene øver grunnleggende ferdigheter som gir mestring og dermed motivasjon for videre fordypning. Matematikkens skjønnhet og lovmessigheter, både som tall og form, erfares konkret

I mellomtrinnet står kunnskap, øvelse og ferdighetsoppnåelse sentralt. Det innebærer å gjøre opplæringen rik på konkrete situasjoner der problemløsningen lokker fram kreativitet og oppfinnsomhet, og der en praktisk tilnærming eller bedømmelse kan ha like stor matematisk verdi som en mer teoretisk. Opplæringen veksler mellom utforskende, kreative og problemløsende aktiviteter og ferdighetstrening. Elevene utfordres til å kommunisere matematikk, skriftlig og muntlig. Opplæringen skal legge grunnlag for å gi eleven kompetanse i å forklare og begrunne metoder, problemløsningsstrategier og resultater og uttrykke dette gjennom det formelle symbolspråket. Videre skal opplæringen bidra til at eleven utvikler matematisk forståelse ved å arbeide med matematiske begreper, operasjoner og sammenhenger.

Fra 7. klasse stiger abstraksjonsnivået, og matematikkens rike verden av tallprinsipper, likninger, formler og nye aspekter av syntetisk og analytisk geometri inkluderes med økende vanskelighetsgrad. Her er opplæringen mer innrettet mot ren matematisk erkjennelse, selv om praktisk anvendelse og

matematisk estetikk fortsatt hører med. Mange av matematikkens oppdagelser er preget av enkelhet og skjønnhet, og en lang rekke fenomener i tallenes og formenes verden har en slående estetikk av stor pedagogisk verdi. Intensjonen er at matematikkfaget skal tiltale elevenes skaperglede, engasjement og utforskertrang på stadig nye måter. Historiske og filosofiske betraktninger integreres i arbeidet med matematikken.

Matematikken inkluderes tverrfaglig i mange av skolens aktiviteter. Så snart beregninger, anslag, oversikter, sammenlikninger eller perspektiver i tid og rom dukker opp, kan matematiske ferdigheter tas i bruk. Gjennom tverrfaglig integrasjon av matematikken i alt fra naturfag og samfunnsfag til språk og kunst vil elevene øve sine analyserende og problemløsende ferdigheter. Matematikken spiller en særlig rolle innenfor det digitale feltet, der tallsystemer og algoritmer danner selve grunnlaget for teknologien. Matematikkfaget gir et bredt og vesentlig grunnlag for videre utdanning, for personlig livsførsel, bærekraftig engasjement og demokratisk deltakelse.

Kompetansemål

Kompetansemål etter 4. klasse

Mål for opplæringen er at eleven skal kunne

- delta i lek og eksperimentering med telling og tabeller
- lage og bruke tallinje for å løse oppgaver
- bruke automatiserte ferdigheter i multiplikasjonstabeller
- utvikle og løse oppgaver i form av hoderegning, muntlige regnehistorier og enkel overslagsregning
- prøve ut og snakke om ulike regnestrategier (algoritmer); øve matematisk språk
- anvende posisjonssystemet og følge reglene (algoritmene) for enkle, oppsatte stykker i de fire regneartene
- delta i aktiviteter og oppgaveløsning med kroppsmål og tidligere tiders mål
- samarbeide om å bruke måleenheter for lengde, vekt og volum (liter) og sammenligne størrelser gjennom praktiske øvelser
- utprøve matematiske oppsett og løsninger på praktiske problemer og ta i bruk enkel praktisk regning knyttet til kjøp, salg, tid og penger
- utforske, tegne og beskrive tallmønstre og sammenhenger mellom tabeller
- utforske og beskrive sammenhenger mellom de fire grunnleggende regningsartene
- utvikle og sammenligne symmetri- og speilformer, linjeborder og ikke-figurative former
- kjenne igjen, tegne og navngi enkle geometriske grunnformer
- utvikle enkel statistikk knyttet til måling og praksisnære situasjoner

Kompetansemål etter 7. klasse

Mål for opplæringen er at eleven skal kunne

- forklare sammenhengen mellom brøk, desimaltall og prosent og beherske omregning dem imellom
- bruke regnereglene (algoritmene) for de fire regningsartene i problemløsningsstrategier og løse oppstilte regnestykker i de fire regningsartene med hele tall, brøk og desimalbrøk
- gjøre greie for plassverdi på tallinjen og anvende brøk og negative tall i konkrete, praktiske situasjoner

- identifisere og beskrive partall, oddetall, primtall, kvadrattall, fattige og rike tall
- omgjøre tekstoppgaver til regnestykker og forklare løsninger i et matematisk språk
- bruke hoderegning, overslag og avrunding i praktisk regning
- bruke mål for lengde, areal, vekt, volum og tid i praktisk regning
- formulere og gjennomføre enkle regnskapsoppgaver
- gjøre rede for grafiske representasjoner av størrelser og mengder og samle data i tabeller, regne ut gjennomsnitt og bruke enkel statistikk
- tegne og lese kart
- prøve ut kjente regneregler (algoritmer) som algebraiske uttrykk og løse oppgaver med grunnleggende bokstavregning
- bruke frihåndsgeometri som uttrykk for geometriske figurer og formforvandlinger, symmetri- og speilingsformer
- utføre nøyaktige, komplekse geometriformer med passer og linjal og synliggjøre geometriske mønstre ved bruk av farger
- utføre grunnkonstruksjoner og geometriske formforvandlinger og bruke et matematisk språk for å identifisere ulike geometriske former
- gjøre rede for beviset for vinkelsummen i en trekant
- beskrive den pytagoreiske læresetning og π gjennom konkret, visuell utprøving

Kompetansemål etter 10. klasse

Mål for opplæringen er at eleven skal kunne

- utvikle modeller, utforske framgangsmåter og begrunne løsningsstrategier i møte med ulike matematiske utfordringer
- sammenligne og omgjøre tallkategorier til standardform
- regne med ulike tallsystemer
- ta i bruk algoritmene for primtallfaktoriserings og utregninger med algebraiske uttrykk
- bruke potenser og kvadratrøtter og anvende kvadratsetningene og polynomer i beregninger
- løse likninger og ulikheter av første grad og løse enkle likningssystemer med to ukjente, algebraisk og geometrisk, med bruk av koordinater
- utforske sammenhengen mellom konstant prosentvis endring, vekstfaktor og eksponentialfunksjoner
- lage og tolke funksjoner som beskriver numeriske sammenhenger i praktiske situasjoner
- identifisere og utnytte egenskapene til proporsjonale, omvendt proporsjonale, lineære og enkle kvadratiske funksjoner
- løse oppgaver ved bruk av målestokk og proporsjoner og utføre beregninger med variabler i praktiske situasjoner
- sette opp budsjett og føre regnskap; drøfte spørsmål knyttet til personlig økonomi, lån, kjøp og salg
- gjøre overslag over og beregne lengde, omkrets, vinkel, areal, overflate og utføre beregninger med vei, fart, tid, masse, volum og tetthet
- forklare definisjonen av π og bruke det i beregninger av omkrets, areal og volum og bruke formlikhet, kongruens og Pythagoras' læresetning i beregninger
- analysere egenskaper ved to- og tredimensjonale figurer og bruke egenskapene i beregninger
- utføre komplekse geometriske konstruksjoner, som kjeglesnitt, og lage perspektivtegninger med forsvinningspunkter
- undersøke og analysere sannsynlighet ved bruk av databaser og praktiske eksperimenter; beskrive utfallsrom og uttrykke sannsynlighet i ulike talluttrykk

- vise med eksempler og finne mulige løsninger på enkle kombinatoriske begreper i praktiske situasjoner

Sentrale innhold

Gjennom lokal læreplan kan enkeltelementer tilordnes andre klassetrinn enn oversikten nedenfor, og enkeltelementer kan føyes til.

2. klasse

Tall og tallforståelse

- Lekende matematiske aktiviteter
- Telling og bevegelse
- Tallinjen
- Tallkvalitet, tallmengde
- Rytmask arbeid med tall og tabeller
- Enkel regning med de fire regningsartene, muntlig og skriftlig
- Muntlige regnehistorier, hoderegning og overslag

Formtegnning og geometri

- Formgjenkjenning, navn på geometriske grunnformer
- Linjer i variert bevegelse
- Symmetriformer

3. klasse

Tall og tallforståelse

- Partall – oddetall, det doble og halvparten
- Regning med de fire regningsartene
- Rytmask arbeid med tall og tabeller
- Øving av tabeller
- Hoderegning og overslag
- Muntlige regnehistorier
- Regning med tid/klokka
- Regning med penger
- Varierte regnestrategier (algoritmer)
- Plassverdi i posisjonssystemet

Algebra

- Tallmønstre og lovmessigheter i kjente tabeller

Formtegnning og geometri

- Mer komplekse oppgaver med linjer, symmetrier og speilinger

4. klasse

Tall og tallforståelse

- Regning med de fire regningsartene i et utvidet tallområde
- Oppstilling: addisjon, subtraksjon, multiplikasjon og enkel divisjon
- Automatisering av tabeller videreføres
- Hoderegning og overslag videreføres
- Varierte teknikker og strategier
- Plassverdi i posisjonssystemet
- Regning med penger
- Enkel regning knyttet til tid, dager og timer
- Måling: Lengdemål, vekt og hulmål – fra egne mål til standardiserte mål
- Enkel statistikk i forbindelse med måling

Algebra

- Sammenhenger mellom addisjon og subtraksjon
- Sammenhenger mellom addisjon, multiplikasjon og divisjon

Formtegnning og geometri

- Horisontale og vertikale speilvendinger og symmetrier
- Grunnleggende geometriske former

5. klasse

Tall og tallforståelse

- Brøk, fra hel til del, del til hel, sammenligning av størrelser
- Utvide og forkorte brøk, finne fellesnevner, addisjon og subtraksjon
- Brøktabeller
- Begrepene ekte brøk, uekte brøk og blandet tall synliggjøres
- Grunnleggende øvelser med de fire regningsarter i brøkgregning, muntlig og skriftlig
- Tallinjer med hele tall og brøk
- Hoderegning
- Repetere gange- og deletabeller
- Målings- og delingsdivisjon
- Oppstilte addisjon-, subtraksjon-, multiplikasjon- og divisjonstykker
- Fra tekstoppgave til oppstilt regnestykke
- Overslagsregning før nøyaktig utregning

Algebra

- Faktorisering
- Sammenhenger mellom størrelser i brøkgregning

Formtegnning og geometri

- Fletteformer
- Korssymmetri og forvandling av former
- Grunnleggende geometriske former

6. klasse

Tall og tallforståelse

- Partall, oddetall, primtall, kvadrattall, fattige og rike tall
- Brøkgregning, med fokus på divisjon og multiplikasjon
- Desimalbrøk
- Regning med lengde og avstand, vekt og tid, kjøp og salg
- Regning med brutto og netto, enkelt regnskap
- Tekstoppgaver blir regnestykker
- Regning med tall opp til en million
- Hoderegning med de fire regningsarter og med brøkoppgaver
- Enkle tabeller og regning med gjennomsnittsverdier

Algebra

- Sammenhenger mellom regningsartene

Geometri

- Grunnleggende konstruksjoner på frihånd: vinkler, trekanter, firkanter i samspill
- Estetikk og skjønnhet i geometrien
- Geometriske begreper
- Vinkelsummen i en trekant
- Første kjennskap til Pythagoras og π

7. klasse

Tall og tallforståelse

- Prosentregning
- Renteregning
- Flateinnhold og volum
- Praktisk regning
- Regnskap, budsjett, handel, avslag/påslag i prosent
- Målestokk i forbindelse med kart
- Tabeller og diagram
- Temperatur; pluss- og minusgrader
- Statistikk og sannsynlighet

Algebra

- Fra kjente regneregler (algoritmer) til algebraiske uttrykk; renteformelen
- Enkel bokstavregning, addisjon og subtraksjon
- Praktisk utregning av π

Geometri

- Grunnkonstruksjoner med passer: vinkelkonstruksjoner, sirkel, forskjellige trekanter, firkanter og mangekanter
- Den pytagoreiske læresetning – visuelt bearbeidet
- Estetikken i geometriformer

8. klasse

Tall og tallforståelse

- Tallteori: potens og kvadratrot
- Negative tall
- Regnskap, budsjett, handel videreføres
- Overslag for lengder og areal
- Beregning av vei, fart, tid
- Innsamling av data, enkel statistikk

Algebra

- Gjennomgang av kjente algoritmer, innføring i algoritmisk tenkning
- Utvikle og utprøve modeller for problemløsning
- Likninger

Geometri

- Formlikhet og sentralperspektiv
- Flatetransformasjon med arealkonstans (Pythagoras)
- De fire første geometriske stedene
- Perspektivtegning

9. klasse

Tall og tallforståelse

- Regnskap og budsjett, tap og fortjeneste
- Personlig økonomi
- Beregning av masse og tetthet
- Volum og overflate for alle regulære legemer
- Funksjoner; overganger mellom ulike representasjoner
- Bruk av digitale verktøy for grafisk framstilling
- Bruk av regneark

Algebra

- Likninger videreføres
- Bruk av algoritmer, eksempelvis i enkel koding og programmering
- Algebraisk oversikt, parentesregning
- Kvadrat- og konjugatsetninger
- Bevisføring

Geometri

- Kongruens og løsbarehet
- Flatetransformasjon med høydekonstans (skjæring)
- Bevisføring
- Tredimensjonale geometriske figurer; platonske legemer

Statistikk og sannsynlighet

- Statistikk og sannsynlighet med utgangspunkt i virkelige problemstillinger
- Utfallsrom

10. klasse**Tall og tallforståelse**

- Tallsystemer og deres historiske utvikling
- Proporsjoner brukt både i geometri og i praktisk beregning
- Valg av måleenheter og måleinstrumenter
- Lineære og inverse funksjoner, proporsjonalitet, omvendt proporsjonalitet, analyse av stigning
- Videreføring av algoritmisk tenkning og anvendelse i problemløsningsstrategier; utvikle og utprøve modeller

Algebra

- Likningssystemer med 2 ukjente av 1. grad og 2. grad, algebraisk og grafisk løsning
- Faktorisering av 2. grads polynomer
- Enkle eksponentialfunksjoner

Geometri

- Kjeglesnittenes kurver
- Proporsjoner
- Oversikt over alle geometriske setninger for løsning av komplekse konstruksjoner
- Forskjellige framstillinger av 3-dimensjonale legemer i et 2-dimensjonalt bilde
- Geometriens betydning i teknologi, arkitektur, kunst

Statistikk og sannsynlighet

- Statistikk, sannsynlighet og kombinatorikk (Pascals talltrekant)

Sentrale arbeidsmåter**2. – 4. klasse**

Matematikkopplæringen i 2. – 4. klasse er variert, med motoriske, estetiske, filosofiske, geometriske øvelser for å styrke elevenes interesse og aktive deltakelse i faget. Tallverdenen oppdages gjennom lek, aktivitet og undring. Læringsprosessen går fra bevegelse, øvelser og mestring til forståelse. Muntlig regning knyttet til livsnære situasjoner står sentralt, men også betraktninger rundt tallenes og regnemåtenes kvaliteter. Å samle og å dele, å miste noe og beholde resten, å ordne en mengde i like enheter – det er både erfaringsnært og åpent for etisk undring.

Å snakke om forskjellige måter å løse regneutfordringer på utvikler et språk om matematikk. I løpet av de tre årene skal grunnleggende regnestrategier og ferdigheter befestes, muntlig og skriftlig.

Undervisningen er prosessorientert: Hvordan tenker du? Elevene skal lære å sette ord på hvordan de tenker. Undervisningen er differensiert, så alle elever skal ha mulighet til å oppleve mestring og utfordring, og tilbakemeldinger til elevene er oppmuntrende og motiverende.

Tall og tallforståelse. Algebra

Telling er en kilde til tallforståelse. Elevene teller alt som kan telles, i klasserommet og ute. Tall og telling er del av lek, bevegelse, regler og fortelling. Telling øves fram (addisjon) og tilbake (subtraksjon). Tallområdet utvides gjennom de tre årene.

Rytmske telleøvelser legger et grunnlag for multiplikasjonstabellene. Rytmsk telling gir enkelte tall i tallrekken aksent eller trykk, alle tall er med, noen poengteres bare som klapp eller hvisking. Etter hvert øves multiplikasjonstabellene ($2 = 1 \times 2$, $4 = 2 \times 2$), muntlig og siden skriftlig. 2-, 3-, 4-, 5- og 10-tabellen kan øves først, deretter alle tabellene opptil 12-tabellen og så utvidet med 20-, 25-, 50- og 100-tabeller i 4. klasse. Sammenhenger og forhold mellom tabellene utforskes og kan også framstilles visuelt, i tegning og i bevegelse.

I 2. klasse blir elevene oppfordret til å reflektere over tallenes kvalitet. «Hva finnes det bare 1 av i hele verden?» Elevene oppfordres til å tenke over tall, knytte dem til egne erfaringer og undringer for å sette i gang matematiske tankeprosesser, ikke for å få riktige svar. Tallenes *tallkvalitet* kan behandles fra 1 og gjerne til 12. Romertall opp til 12 introduseres, siden romertallenes skrivemåte synliggjør mengde og antall og kan vises med fingre og hender. I 3. klasse utvides tallbegrepet gjennom å bli kjent med oddetall og partall, det doble og halvparten, og i 4. klasse gjennom tallenes plassverdi i posisjonssystemet.

Tallenes skrivemåte øves inn og tas i bruk i 2. klasse. Tallrekken anskueliggjøres i forskjellige, gjerne fargerike, framstillinger av tallinjer. Elevene kan lete etter, finne og beskrive tallmønstre og lovmessigheter i sammenhengene mellom tabeller i visuelle framstillinger av tallinjer.

I 2. klasse tar regningen utgangspunkt i oppgaver med konkrete for å gi elevene håndgripelig erfaring med regnemåter. Veien fra konkrete til rene tallopgaver går på varierte måter. De fire regnearter øves med konkrete, på tallinjen og i enkle skriftlige regnestykker.

Regningen er analytisk (fra hel til del) og syntetisk (fra del til hel). En syntetisk basert regning spør etter det rette svaret på en oppgave, og elevene kan prøve ut og beskrive forskjellige måter å komme til svaret. Gjennom analytisk regning kan elevene se tallenes og regnemåtenes sammenheng og muligheter. Målet er gitt, for eksempel 60. Hva kan bli 60? Elevene kan prøve ut og beskrive mange måter å løse oppgaven på. Å bruke varierte regnestrategier er et tema i utvikling gjennom hele skoleløpet.

Hoderegning og overslag øves gjennom 2. – 4. klasse. Strategier som er viktige hjelpemidler i hoderegning, som pluss 10 og minus 10, automatiseres. Strategier for pluss og minus med 100 utprøves og øves. Gange og divisjon øves med 10 og 100.

Pluss-, minus-, gange- og deletabeller automatiseres gjennom muntlig øvelse knyttet til motorisk aktivitet og gjennom skriftlige øvelser. I 4. klasse utforsker elevene sammenhenger mellom addisjon og subtraksjon og mellom multiplikasjonstabellene og divisjon.

Overslag øves slik at elevene får en naturlig følelse for forhold: minst, størst, lett, tung, mest. Hvor mange sider tror du denne boken har? Og: Hvordan tenker du? $1000 - 225 = ?$ / $345 + 567 = ?$ / $9 \times 25 = ?$ / $100 : 6 = ?$

Hoderegning med hele tall og de fire regnearter øves også gjennom muntlige regnehistorier som kan tydeliggjøre regneartene på en billedlig og forståelig måte. Historiene kan skapes av både lærer og elever, knyttet til livsnære situasjoner og hendelser. De utvikles gjennom 2. – 4. klasse og er en forberedelse for senere tekstoppgaver. I regnehistoriene kan også inngå jakt på en ukjent størrelse, en forøvelse for senere års arbeid med likninger.

Plassverdi i posisjonssystemet som forberedelse for oppstilling er et tema i 3. klasse. Elevene samler tiere eller veksler tiere. Dette kan anskuelig gjøres gjennom konkrete (10 bønner i en fyrstikkeske, 100 i en større eske) og øves med de fire regnearter. Addisjons-, subtraksjons- og eventuelt multiplikasjonsoppstilling introduseres i 3. og 4. klasse, når forståelsen av tallenes plassverdi i posisjonssystemet er trygt etablert.

I 3. og 4. klasse regnes det med penger. Pengesystemet er et konkret eksempel på posisjonssystemet. Regnestykker med penger knyttes til elevenes hverdag, for eksempel butikk og buss. Regning med tid gjøres gjennom bruk av klokken (analog), ukedagene, månedene og årstidene.

I 4. klasse er regning med mål, vekt og litermål et sentralt tema. Temaet introduseres og utvikles fra elevenes egne mål (kroppsmål som tomme, fot, alen, favn) via historiske mål til dagens standardiserte mål. Samfunnsfagstemaer i 4. klasse, om liv og arbeid på gård, i skog og på havet, gir et fargerikt bakteppe til varierte målingsoppgaver, sammen og hver for seg. Målsettingen er at elevene får konkrete og livsnære erfaringer med mål, vekt og litermål. Målings- og delingsdivisjon erfares konkret. Regning med penger, mål, vekt og litermål er øvelser i titalssystemet/posisjonssystemet. Vi samler eller veksler 10, 10 mm er 1 cm og omvendt, 10 cm er 1 dm og omvendt, osv.

Temaet måling åpner også for å utvikle enkel statistikk, knyttet til kjente størrelser.

Formtegnning og geometri

Elevene arbeider med formtegnning i alle årene 2. – 4. klasse. I formtegnning prøver og øver de hvordan linjer kan bevege seg på papiret: vertikalt, horisontalt og diagonalt, i runde og spisse formdannelse, i mønstre eller som enestående ikke-figurative former. Linjene kan også skapes som bevegelse i rommet, i luften, i sand, med tråd, alene og sammen med medelever. Formtegnning er forøvelse så vel for skriving som for geometri, men også en estetisk utforskning av forholdet mellom linje og rom. Noen av øvelsene gjentas til elevene kjenner at de 'sitter' trygt i hånden.

I 2. klasse legges det vekt på varierte øvelser med rette og krumme linjer og former i stort format, og enkle symmetriøvelser. Symmetrier og speilinger blir mer komplekse i 3. klasse, sammen med mønstre av gjentakende former. I 4. klasse er temaet horisontale og vertikale speilvendinger. Gleden ved å skape noe fargerikt og vakkert er del av målet med formtegnning.

Å gjenkjenne og navngi former og å beskrive romlige forhold, former og symmetrier, danner utgangspunkt for et språk om geometri. Tegning av grunnleggende geometriske former inkluderes i alle årene.

Underveisvurdering

Sentrale arbeidsmåter viser hvordan underveisvurderingen er en integrert del av en læringsfremmende opplæring, der elevene skal gis anledning til å vise og utvikle kompetanse på flere og varierte måter, og der læreren og elevene skal være i dialog om elevenes utvikling i faget. Underveisvurderingen skal bidra til å fremme læring og til å utvikle kompetanse i faget matematikk gjennom lek, utforskning og praktisk arbeid med rom for undring og spørsmålsstilling.

5. – 7. klasse

5. – 7. klasse er viktige år for å etablere gode arbeidsmåter og trygge ferdigheter i matematikkfaget gjennom grundig øvearbeid.

Arbeidet med tall og tallforståelse går fra hele tall til brøk og desimalbrøk og til grunnleggende algebra. På denne veien fra det konkret forståelige til det mer abstrakte blir matematikkens tilknytning til livsnære, praktiske forhold samtidig forsterket. Matematikk som viktig for personlig økonomi og for større samfunnsmessige forhold blir tematisert. Elevene blir utfordret på å prøve ut,

beskrive, sammenligne og vurdere forskjellige strategier for å løse problemer og til å interessere seg for hvordan medelever tenker om de samme tingene.

I 5. klasse arbeides det bredt med brøk. Dermed møter elevene et radikalt, nytt, utvidet tallbegrep. I brøk brukes to tall for å angi et tall. Det bryter med tidligere tallbegrep. $3 : 8$ eller $\frac{3}{8}$ representerer en regneprosess. Denne nye tallforståelsen må ivaretas i elevenes læringsprosess.

I 7. klasse er algebraisk tenkemåter og metoder sentralt. Skrittet fra aritmetikk til generalisering av tallregningen og tilbake til praktisk anvendelse blir gått på mangfoldig vis.

Formtegning fortsetter i 5. klasse og utvikler seg til arbeid med frihåndsgeometri i 6. klasse og til passergeometri i 7. klasse. Det geometriske begrepsforrådet utvides og brukes i utprøving og vurdering av forholdet mellom ulike geometriske figurer.

Kulturhistorie, fra de eldste tider og høykulturer og fram til middelalderen, er tema i 5. – 7. klasse. Det inkluderer kjennskap til matematikkens plass og betydning og til enkelte tenkere og matematikere som har satt markante spor etter seg.

Tall og tallforståelse. Algebra

Innføring av brøk i 5. klasse skjer på tre forskjellige måter: fra helhet til del, fra del til helhet (jeg er en av en familie på 6, $\frac{1}{6}$ del) og ved sammenligning av forholdet mellom to størrelser (to hus, det ene har to etasjer, det andre dobbelt så mange).

Brøk blir introdusert med konkrete oppgaver hvor elevene deler, fordeler, føyer sammen og sammenligner stambrøkene i praktiske øvelser. Elevene gjør seg erfaringer gjennom å brette, klippe, lime og tegne brøkdeler. Når en fast størrelse på sirkelen brukes som mal kan elevene sammenligne brøkdelerne (sjekk hvor mange sjettedeler får plass i en halv?) Elevene oppdager at $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8}$ og kan deretter øve hele rekker med tabeller for andre stambrøker. De blir kjent med brøk i mange forskjellige former: som del av en sirkel, et kvadrat, et rektangel eller en linje. På hvor mange måter kan man brette et ark i 2? Øvelser som dette åpner for å oppdage og formulere sammenhenger.

Elevene gjennomfører mange regnestykker ved å bruke konkret brøkmateriale (stambrøker). De deler en hel i brøkdeler og føyer sammen brøkdeler til en hel. De utvider, forkorter og finner fellesnevner ved hjelp av konkret brøkmateriale. Dermed gjør elevene erfaringer med faktorisering og med sammenhenger mellom størrelser i brøkrengningen. Ekte og uekte brøk, samt å finne hvor mange hele det går i en uekte brøk og omgjøring til blandet tall, blir på samme måte anskueliggjort. Håndgripelige brøkdeler kan underkastes de fire regningsartene (for eksempel $2 \times \frac{2}{5} = \frac{4}{5}$ eller $\frac{1}{3} : 2 = \frac{1}{6}$) og etter hvert mestrer elevene dette også som hoderegning. Basert på at elevene utforsker brøk konkret kan allmenne lovmessigheter bli oppdaget og formulert.

I 6. klasse blir brøkoppgaver øvd videre, visualisert og tegnet gjennom halvkonkreter. Dette hjelper elevene til å få grep på gangning av brøk, som følelsesmessig kan oppleves «bakvendt», siden svaret på gangestykker hittil har vært større enn faktorene. For deling av brøk gjelder anskuelighet også som en nøkkel til forståelse. Regneregler skal ikke forklare framgangsmåten, men være et resultat elevene finner fram til etter mange øvelser.

Ut fra måling eller store delestykker blir elevene kjent med desimalbrøk. Brøk omgjøres til desimalbrøk og omvendt. Desimalbrøk øves i alle regnearter og i hoderegning, hvor man forøvrig fortsetter å øve med både hele tall og brøk.

Tallforståelsen utvides i 6. og 7. klasse, ikke bare med primtall, oddetall og partall, men også kvadrattall, rike og fattige tall. I historiefaget i 6. klasse blir elevene dessuten kjent med funn som forteller om matematikken i de gamle elvekulturene, og de blir introdusert for greske tenkere og matematikere.

I 6. og 7. klasse kan store tall håndteres, leses og skrives. Oppstilling og utregning av større multiplikasjons-, og divisjonsstykker øves, også uten praktisk tilknytning, som ren mestringsøvelse av framgangsmåter. Regler for delbarhet blir utprøvd og formulert, muntlig og skriftlig.

Elevene oppmuntres til å beskrive og drøfte regnestrategier. Tallinjen kan anskueliggjøre strategier i hoderegning, både når det gjelder hele tall og brøkdeler. Gangetabeller og deletabeller befestes. Elevene leter etter og beskriver sammenhenger mellom regningsartene.

Begrepene målings- og delingsdivisjon knyttes til konkrete forhold som er kjent for elevene.

Grunnleggende øvelser i å kunne veksle mellom ulike representasjonsformer og oversette fram og tilbake mellom det matematiske symbolspråket og dagligspråket er sentrale elementer i 7. klasse.

Når prosentregning blir introdusert, knyttes det nært opp til praktiske situasjoner som elevene kjenner fra dagliglivet. Prosentregning blir satt i sammenheng med brøk og desimalbrøk og omgjøring mellom de ulike formene øves mye. Det blir arbeidet med renteregning, i tillegg til andre aspekter rundt prosent. Renteformelen står som et første uttrykk for veien fra kjente regneregler til et allment, algebraisk uttrykk.

I løpet av året introduseres en enkel, lekende algebra som en forlengelse av tidligere regneoperasjoner. De algebraiske uttrykkene for addisjon og subtraksjon blir utviklet og tatt i bruk. Elevene prøver seg på en praktisk utregning av π .

Praktisk regning har en sentral plass i 5. – 7. klasse. I praktisk regning betyr ethvert tall en konkret størrelse, enten det er en viss vekt, en avstand, et tidsrom eller en mengde uttrykt i penger. Elevenes forestillingsevne blir dermed utfordret, mens algebraen utfordrer en evne til abstraksjon. Ut fra lokale forhold skapes det konkrete hverdags situasjoner der elevene kan føre et enkelt regnskap over utgifter og inntekter. Det kan for eksempel knyttes til planlegging av en utflukt/klassetur, eller til kafédriфт på et julemarked. Ved å ta med avslag og påslag i konkrete mengder, blir 7. klasses arbeid med prosentvise endringer forberedt. Elevene kan da bruke tabeller til å skape oversikt, og begrepet gjennomsnitt får betydning i forhold til vekslende salg over en tidsperiode. Regnskap og budsjett videreføres i 7. klasse.

Gjennom 5. – 7. klasse øver elevene på å lese tekstoppgaver og omgjøre tekstene til regnestykker. De øver seg også på å forklare og begrunne framgangsmåtene. Dette er en videreføring av de muntlige regnefortellingene i 2. – 4. klasse. I hoderegning øves varierte oppgaver basert på praktisk regning. Fra 5. klasse gjør elevene et overslag før en nøyaktig utregning. I skriftlige oppgaver brukes avrunding.

Matematikk i dagligliv og teknologi blir tematisert. Temaet målestokk kan belyses i sammenheng med geografi og gjennom praktiske oppgaver og forsøk. Utregning av gjennomsnitt og framstilling av enkel statistikk og sannsynlighet kan utforskes og framstilles grafisk, for eksempel med pluss- og minusgrader over tid. Brøk og forhold kan brukes til å tegne lengde eller bestemme avstand på et forenklet kart. Gjennom måling utforsker og formulerer elevene reglene for omkrets og flateinnhold.

Formtegnning og geometri

I formtegnning i 5. klasse øves kors-symmetri med vertikale og horisontale speilinger. Fletteformer kan knyttes til keltiske og norrøne motiver i kulturhistorien.

I 6. klasse tegner elevene geometriske figurer på frihånd. De utforsker varierte former og figurer og blir kjent med begreper som danner grunnlag for passergeometrien i 7. klasse, for eksempel spiss og stump vinkel, kopiering og halvering av vinkler, halvering av linjen, normal, forskjellige trekkanter og firkanter. Frihåndsgeometrien krever ikke samme presisjon som når passer og linjal tas i bruk. Det legges derimot vekt på at elevene bruker tid og eget skjønn i en estetisk utforming av frihåndsgeometrien, i tråd med den greske antikkens idealer som er et samfunnsfagstema i 6. klasse.

Sirkelen er utgangspunkt for passergeometrien i 7. klasse. Ut ifra sirkelen blir tre-, fire- og sekskanten konstruert, og gjerne flere. Å konstruere femkanten kan oppleves som et høydepunkt. Fargelegging av lovmessige former og mønstre løfter fram den estetiske siden ved geometriformene og kan gi skjønnhetsopplevelser. Ulike vinkler konstrueres og måles. Basiskonstruksjonene øves: dele et linjestykke, opprette eller nedfelle en normal, halvere en vinkel og kopiere en vinkel. Gjennom eget arbeid med konstruksjoner blir elevene kjent med de forskjellige trekantene og firkantene og utforsker deres egenskaper. Den pytagoreiske læresetningen blir bearbeidet konkret og visuelt. Gjennom sirkeløvelser og omhyllingskurver blir elevene kjent med parabler og hyperbler, og de oppdager lovmessigheter som ellipser er underlagt.

I tilknytning til arbeidet med omkrets kan π innføres.

Underveisvurdering

Sentrale arbeidsmåter viser hvordan underveisvurderingen er en integrert del av en læringsfremmende opplæring, der elevene skal gis anledning til å vise og utvikle kompetanse på flere og varierte måter, og der læreren og elevene skal være i dialog om elevenes utvikling i faget. Underveisvurderingen skal bidra til å fremme læring og til å utvikle kompetanse i faget matematikk gjennom utforsking og praktisk arbeid samt refleksjon og vurdering av egne arbeider og resultater.

8. – 10. klasse

Elevenes selvstendige tenkning utfordres på stadig nye måter gjennom de tre årene. Arbeidsmåtene preges av å gjøre erfaringer med nye ideer og problemstillinger, med diskusjon og refleksjon, samtidig som metoder innføres og ferdigheter øves. Dette møter og understøtter elevenes intellektuelle utvikling. Det er fokus på å utvikle ideer og modeller, men også å utprøve, teste og kontrollere dem. Elevene utfordres til å forstå hvordan man kan formulere og begrunne en ide i en formel, eller modell, og bruke formelen/modellen til løsning av livspraktiske forhold.

Gjennom erfaringer med og drøfting av begreper som faktor, potens, kvadratro, primtall, funksjon og proporsjonalitet kan elevene utvide tallforståelsen.

Bruk av målinger utvikles gjennom de tre årene. Valg av måleenheter og – instrumenter forklares, sammenhenger og utregninger mellom ulike måleenheter utforskes.

Begrepet algoritmer blir tatt bevisst i bruk fra 8. klasse ved at allerede praktiserte metoder i hoderegning, overslagsregning og skriftlig regning med de fire regningsartene blir utviklet, brukt og gjort rede for.

I geometri legges det vekt på å utforske og formulere logiske resonnementer ved hjelp av geometriske ideer og å gjøre rede for geometriske forhold av betydning i teknologi, kunst og arkitektur.

Kjennskap til sentrale matematikers liv og arbeid, fra eldre og nyere tid, åpner for drøfting av drivkrefter som ligger bak matematikkens utvikling. Ulike tallsystemers opprinnelse (2, 5, 10, 12, 20) blir behandlet og brukt i utregninger.

Tall og tallforståelse

Arbeid med reelle tall i de fire regneartene blir videreført i 8. og 9. klasse. Alle slags praktiske forhold og situasjoner i samfunnet der det kan gjøres beregninger kan tas som utgangspunkt, slik som regnskap og budsjett, handel, bygge- og driftskostnader. Elevene kan oppsøke kilder om aktuelle prosjekter og bruke dem i matematikkarbeidet. De kan diskutere hva som skjer når en eller flere forutsetninger endres. Enkle eksponentialfunksjoner ses i sammenheng med andre endringsfaktorer, eksempelvis prosentvis endring.

I 9. klasse kan elevene ta i bruk regneark for å løse problemstillinger knyttet til personlig økonomi. De diskuterer og vurderer formålstjenlig bruk av digitale verktøy for blant annet grafisk framstilling av praktiske forhold og beregninger.

Arbeidsmåtene er utforskende og dialogiske. Elevene utvikler og bruker formålstjenlige strategier for å løse problemer. De diskuterer og vurderer ulike framgangsmåter.

Også innen måling søker man å samle tråder som kan gi et oversiktlig bilde basert på en iboende rasjonalitet. Elevene utforsker overslag for lengder og areal og utvikler beregningsmåter for vei, fart og tid. I 9. klasse beregner elevene overflate, masse, volum og tetthet for ulike legemer. I måleoppgaver tas feilregning med i betraktning, og en kan drøfte presisjon og usikkerhet ved måling.

I behandlingen av tall blir potenser og kvadratrot utviklet gjennom utprøving av tabeller og eksempler i 8. klasse. Regnereglene for de fire operasjonene og regning med brøk repeteres, inkludert reglene for multiplikasjon og divisjon av to brøker. Videre fordypning i negative tall er sentralt.

Tallet π utforskes videre, fra fysiske former til en generell forståelse.

Standardform for tall introduseres i 9. klasse, og omregning av alle slags tall til standardtall øves. Forståelsen av at tall er en representasjonsform for ulike tallsystem trenger variert bearbeidelse, for representasjonsform og begrep flyter sammen i de fleste sammenhengene. En mulig innfallsvinkel til å løse på sammenflettingen er å reflektere over hvordan form og bilde kan sees som to ulike kvaliteter som blir forent i tallet. Det legger et godt grunnlag for at elevene kan forstå og bruke det binære tallsystemet. Slik refleksjon og drøfting kan knyttes til temaet tallsystemer og deres historiske opphav.

Funksjoner blir introdusert med frie og avhengige variabler. Elevene arbeider med å kunne forklare og beregne alle elementære forhold dekket av funksjoner som de lineære, inverse og enkle kvadratiske funksjoner. Elevene utforsker og øver seg på å formulere en tallmessig analyse av den samlede geometriske og tallmessige framstillingen.

Algebra

Innføring av variabler og konstanter utvider elevenes erfaringer med algebra, og å formulere erfaringene utvider elevenes algebraiske forståelse av tallene. Elevene arbeider med en begrepsmessig bearbeidelse av tidligere stoff, for eksempel primtallsfaktorisering, og med å sette ord på hvordan tallregning kan generaliseres. Dermed øver de en algebraisk tenkemåte.

I 8. klasse kobles likninger av 1. grad i stor grad til løsning av praktiske problemstillinger, men utvikles også teoretisk videre i 9. klasse til likninger med parenteser, brøk og monomer. I 10. klasse utvikles likninger til likningssett med 2 variabler av 2. grad, og de løses både algebraisk og geometrisk. Faktorisering utvides til 2. grads polynomer i 10. klasse.

Enkle algoritmer for koding og programmering i 8. klasse utvikles videre i de neste to årene.

Geometri

I 8. klasse arbeider elevene med sentralperspektivet, der overgangen fra det 3-dimensjonale til en 2-dimensjonal representasjon blir erfart og drøftet. I den 2-dimensjonale geometrien tar elevene i bruk den pytagoreiske læresetning til beregninger. Formlikhet og de fire geometriske stedene blir introdusert som ideer til undring og drøfting.

I geometrien i 9. klasse fortsetter elevene å utvide forståelsen av rommet ved å arbeide med andre representasjoner av det 3-dimensjonale. Plasseringen av punkter, linjer og plan i rommet øves, og de finner skjæringspunkt og skjæringslinjer. Elevene analyserer og beregner størrelser i regulære legemer som kasseformer og sylindere. Gradvis utvikles den romlige forståelsen.

Å skape 3-dimensjonale modeller av de fem platonske legemene kan bidra til dette. I den 2-dimensjonale geometrien går elevene fram på samme utforskende måte for å finne flere geometriske steder, slik som Thales sirkel, parabelen og ellipsen. Utvikling av kjeglesnittene introduserer dynamiske former som har en stor grad av endring i seg. I konstruksjoner og samtale prøver man sammen å kategorisere og forstå det komplekse.

I 10. klasse utvikles begrepet proporsjon. Sammen med begrepet om periferivinkler arbeider elevene på en samlet oversikt over alt som er gjennomgått for å kunne løse komplekse oppgaver med utradisjonelle metoder. Framstillinger av 3-dimensjonale former i 2-dimensjonalt bilde går videre, både isometriske framstillinger og normalprojeksjoner.

Statistikk og sannsynlighet

Introduksjon av statistikk i 8. klasse kan skje ved at elevene gjør en enkel innsamling av data og beregninger av gjennomsnitt, hyppighet, variasjonsbredde og utfallsrom. Dette kan kobles med bruk av forskjellige former for tabeller og diagrammer. Å analysere dataene er del av arbeidsprosessen. Elevene kan også oppsøke og lese ulike statistiske undersøkelser av aktuelle spørsmål og drøfte sider ved metode og kvalitet i undersøkelsene. Det er læringsaktiviteter som utfordrer elevenes kritiske tenkning og utvikling av kildekritikk. Metoder, innhold og funn kan presenteres og representeres på ulike vis (tabeller, diagram, figurer, grafisk framstilling, verbale uttrykk m.m.). Statistikk og sannsynlighetsregning øves videre i 9. klasse og utvides med kombinatorikk i 10. klasse.

Underveisvurdering

Sentrale arbeidsmåter viser hvordan underveisvurderingen er en integrert del av en læringsfremmende opplæring, der elevene skal gis anledning til å vise og utvikle kompetanse på flere og varierte måter, og der læreren og elevene skal være i dialog om elevenes utvikling i faget. Underveisvurderingen skal bidra til å fremme læring og til å utvikle kompetanse i faget matematikk gjennom å utforske, argumentere, analysere og reflektere over matematikkfaglige emner og sammenhenger mellom dem, og med fagspråk og teorier vurdere egne arbeider og resultater. Med utgangspunkt i kompetansen elevene viser, skal de få mulighet til å sette ord på hva de opplever at de får til og til å reflektere over egen faglig utvikling. Læreren skal gi veiledning om videre læring og tilpasse opplæringen slik at elevene kan bruke veiledningen for å utvikle kompetansen sin i faget matematikk.

Sluttvurdering

Sluttvurderingen skal uttrykke den samlede kompetansen eleven har ved avslutningen av opplæringen etter 10. klasse. Samlet kompetanse inkluderer evne til utforskning gjennom praktisk og kunstnerisk tilnærming i kombinasjon med kunnskap, forståelse, refleksjon og kritisk tenkning. Sluttvurderingen skal vise i hvilken grad eleven bruker og kan anvende matematiske begreper og kan bruke disse til problemløsning i overføringer fra teoretiske til praktiske situasjoner i kjente og ukjente sammenhenger.